

Практическая работа №2

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ

Цель работы: определить и проанализировать вероятность битовой ошибки системы передачи информации с волоконно-оптическим кабелем в качестве среды передачи при заданных параметрах.

Краткие сведения из теории

Одним из важнейших критериев производительности цифровых систем связи является зависимость вероятности появления ошибочного бита $P_{\text{бит}}$ от отношения энергии сигнала, приходящейся на один бит, к спектральной плотности мощности аддитивного белого гауссовского шума $E_{\text{бит}}/N_0$. При этом предполагается, что единственным источником искажений сигнала является тепловой аддитивный белый гауссовский шум. Удобство использования отношения $E_{\text{бит}}/N_0$ вместо отношения мощности сигнала к мощности шума $P_c/P_{\text{ш}}$ состоит в том, что так удобнее сравнивать производительность цифровых систем на битовом уровне. Это важно для цифровых систем, поскольку сигнал может иметь произвольное n -битовое значение (один символ может кодировать n бит). Предположим, что для данной вероятности возникновения ошибки в цифровом двоичном сигнале требуемое отношение $P_c/P_{\text{ш}} = 20$. Поскольку двоичный сигнал имеет однобитовое значение, требуемое отношение $P_c/P_{\text{ш}}$ на бит равно 20. Пусть теперь сигнал является 1024-уровневым с теми же 20 единицами требуемого отношения $P_c/P_{\text{ш}}$. Теперь, поскольку сигнал имеет 10-битовое значение, требуемое отношение $P_c/P_{\text{ш}}$ на один бит равно 2. Параметр $E_{\text{бит}}/N_0$ характеризует отношение сигнал-шум, приходящееся на один бит.

Параметр $E_{\text{бит}}/N_0$ связан с параметром $P_c/P_{\text{ш}}$ следующим соотношением:

$$\frac{E_{\text{бит}}}{N_0} = \frac{P_c \cdot T_{\text{бит}}}{P_{\text{ш}} / \Delta F} = \frac{P_c / C}{P_{\text{ш}} / \Delta F} = \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \cdot \frac{\Delta F}{C}, \quad (1)$$

где $E_{\text{бит}}$ – энергия сигнала, приходящаяся на один бит, Вт·с;

N_0 – спектральная плотность мощности шума, Вт/Гц;

$T_{\text{бит}}$ – время передачи одного бита, с;

ΔF – ширина полосы пропускания канала, Гц;

C – скорость передачи информации, бит/с.

Используя формулу Шеннона

$$C = \Delta F \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right), \quad (2)$$

можно выразить $P_c/P_{\text{ш}}$ через ширину полосы пропускания канала и скорость передачи информации:

$$\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} = 2^{\frac{C}{\Delta F}} - 1. \quad (3)$$

Тогда

$$\frac{E_{\text{бит}}}{N_0} = \frac{\Delta F}{C} \cdot \left(2^{\frac{C}{\Delta F}} - 1 \right). \quad (4)$$

В цифровой связи критерием качества является отношение мощности сигнала к мощности шума ($P_c/P_{\text{ш}}$), нормированное на ширину полосы пропускания канала и скорость передачи информации. Характер зависимости вероятности появления ошибочного бита ($P_{\text{бит}}$) от отношения $E_{\text{бит}}/N_0$ представлен на рисунке 1. Для цифровой системы связи, у которой соотношение $E_{\text{бит}}/N_0$ больше некоего значения x_0 , вероятность битовой ошибки будет меньше P_0 , соответствующей x_0 .

Для численной оценки вероятности битовой ошибки при различных видах модуляции существуют аналитические формулы.

Так, для **амплитудной модуляции (АМ) с двумя уровнями** (BASK – Binary Amplitude Shift Keying) такая аналитическая формула имеет вид:

$$P_{\text{бит}} = Q \left(\sqrt{\frac{E_{\text{бит}}}{N_0}} \right), \quad (5)$$

где $Q(x)$ – дополнительная функция ошибок (функция Лапласа)

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (6)$$

Для **фазовой модуляции (ФМ) с двумя уровнями** (BPSK – Binary Phase Shift Keying) такая аналитическая формула имеет вид:

$$P_{\text{бит}} = Q \left(\sqrt{\frac{2E_{\text{бит}}}{N_0}} \right). \quad (7)$$

Для относительно-фазовой модуляции (ОФМ) с двумя уровнями (DBPSK – Differential Binary Phase Shift Keying) такая аналитическая формула имеет вид:

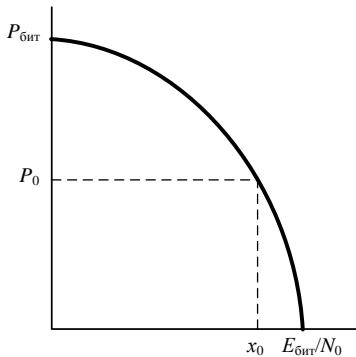


Рисунок 1 – Характер зависимости вероятности появления ошибочного бита от отношения $E_{\text{бит}}/N_0$

$$P_{\text{бит}} = \frac{1}{2} e^{\left(\frac{E_{\text{бит}}}{2N_0} \right)}. \quad (8)$$

Количество уровней для многоуровневых видов модуляции обозначается одним или несколькими дополнительными символами в названии вида модуляции, например, четырехуровневая фазовая модуляция обозначается как QPSK (**Q**uadrature) или 4-PSK, восьмиуровневая – 8-PSK и т. д.

Для многоуровневых модуляций с M уровнями формулы для численной оценки вероятности битовой ошибки приведены ниже.

Многоуровневая фазовая модуляция:

$$P_{\text{бит}} = 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_{\text{бит}} \log_2 M \sin \frac{\pi}{M}}{N_0}} \right), \quad (9)$$

где M – количество уровней сигнала.

Многоуровневая относительно-фазовая модуляция:

$$P_{\text{бит}} = 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_{\text{бит}} \log_2 M \sin \frac{\pi}{2M}}{N_0}} \right). \quad (10)$$

Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ, QAM – Quadrature Amplitude Modulation):

$$P_{\text{бит}} = \frac{2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)}{\log_2 \sqrt{M}} \cdot Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 \sqrt{M} \cdot 2E_{\text{бит}}}{M - 1} \cdot \frac{2E_{\text{бит}}}{N_0}} \right). \quad (11)$$

Порядок выполнения работы

- 1 Изучить краткие сведения из теории.
- 2 В соответствии с последней цифрой шифра из таблицы 2 предыдущей практической работы выбрать диапазон длин волн оптического сигнала и перевести его в диапазон частот.
- 3 В соответствии с цифрами шифра выбрать из таблицы 1 скорость пе-

передачи информации, вид модуляции и количество уровней, которые может принимать сигнал.

Таблица 2 – Скорости передачи информации, виды модуляции и количество уровней, которые может принимать оптический сигнал

Первая цифра шифра	Скорость передачи информации, бит/с	Последняя цифра шифра	Вид модуляции
0	155 520 000	0	BASK
1	622 080 000	1	BPSK
2	2 488 320 000	2	DBPSK
3	9 953 280 000	3	QPSK
4	39 813 120 000	4	DQPSK
5	155 520 000	5	8-PSK
6	622 080 000	6	D8PSK
7	2 488 320 000	7	16-QAM
8	9 953 280 000	8	64-QAM
9	39 813 120 000	9	256-QAM

4 Рассчитать по формуле (4) отношение энергии сигнала, приходящейся на один бит, к спектральной плотности мощности аддитивного белого Гауссовского шума.

5 Рассчитать вероятности бинарной ошибки цифровой системы передачи, используя формулы (5)–(11).

6 Построить график зависимости вероятности бинарной ошибки от соотношения $E_{\text{бит}}/N_0$ для заданного вида модуляции и сделать выводы.

Содержание отчета

- 1 Цель работы.
- 2 Исходные данные для выполнения практической работы.
- 3 Расчет отношения энергии сигнала, приходящейся на один бит, к спектральной плотности мощности аддитивного белого гауссовского шума.
- 4 Расчет вероятностей бинарной ошибки цифровой системы передачи.
- 5 График зависимости вероятности бинарной ошибки от соотношения $E_{\text{бит}}/N_0$ для заданного вида модуляции.
- 6 Вывод по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Связь энергии и мощности сигнала.
- 2 Виды модуляций и их различия.
- 3 Квадратурная амплитудная модуляция.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ ЛАПЛАСА

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
0,1	0,460172	0,5	0,308538	0,9	0,184006	4	3,17 · 10 ⁻⁵
0,11	0,456205	0,51	0,305026	0,91	0,181411	4,1	2,07 · 10 ⁻⁵
0,12	0,452242	0,52	0,301532	0,92	0,178786	4,2	1,33 · 10 ⁻⁵
0,13	0,448283	0,53	0,298056	0,93	0,176186	4,3	8,54 · 10 ⁻⁶
0,14	0,44433	0,54	0,294599	0,94	0,173609	4,4	5,41 · 10 ⁻⁶
0,15	0,440382	0,55	0,29116	0,95	0,171056	4,5	3,4 · 10 ⁻⁶
0,16	0,436441	0,56	0,28774	0,96	0,168528	4,6	2,11 · 10 ⁻⁶
0,17	0,432505	0,57	0,284339	0,97	0,166023	4,7	1,3 · 10 ⁻⁶
0,18	0,428576	0,58	0,280957	0,98	0,163543	4,8	7,93 · 10 ⁻⁷
0,19	0,424655	0,59	0,277595	0,99	0,161087	4,9	4,79 · 10 ⁻⁷
0,2	0,42074	0,6	0,274253	1	0,158655	5	2,87 · 10 ⁻⁷
0,21	0,416834	0,61	0,270931	1,1	0,135666	5,1	1,7 · 10 ⁻⁷
0,22	0,412936	0,62	0,267629	1,2	0,11507	5,2	9,96 · 10 ⁻⁸
0,23	0,409046	0,63	0,264347	1,3	0,0968	5,3	5,79 · 10 ⁻⁸
0,24	0,405165	0,64	0,261086	1,4	0,080757	5,4	3,33 · 10 ⁻⁸
0,25	0,401294	0,65	0,257846	1,5	0,066807	5,5	1,9 · 10 ⁻⁸
0,26	0,397432	0,66	0,254627	1,6	0,054799	5,6	1,07 · 10 ⁻⁸
0,27	0,39358	0,67	0,251429	1,7	0,044565	5,7	5,99 · 10 ⁻⁹
0,28	0,389739	0,68	0,248252	1,8	0,03593	5,8	3,32 · 10 ⁻⁹
0,29	0,385908	0,69	0,245097	1,9	0,028717	5,9	1,82 · 10 ⁻⁹
0,3	0,382089	0,7	0,241964	2	0,02275	6	9,87 · 10 ⁻¹⁰
0,31	0,37828	0,71	0,238852	2,1	0,017864	6,1	5,3 · 10 ⁻¹⁰
0,32	0,374484	0,72	0,235762	2,2	0,013903	6,2	2,82 · 10 ⁻¹⁰
0,33	0,3707	0,73	0,232695	2,3	0,010724	6,3	1,49 · 10 ⁻¹⁰
0,34	0,366928	0,74	0,22965	2,4	0,008198	6,4	7,77 · 10 ⁻¹¹
0,35	0,363169	0,75	0,226627	2,5	0,00621	6,5	4,02 · 10 ⁻¹¹
0,36	0,359424	0,76	0,223627	2,6	0,004661	6,6	2,06 · 10 ⁻¹¹
0,37	0,355691	0,77	0,220665	2,7	0,003467	6,7	1,04 · 10 ⁻¹¹
0,38	0,351973	0,78	0,217695	2,8	0,002555	6,8	5,23 · 10 ⁻¹²
0,39	0,348268	0,79	0,214764	2,9	0,001866	6,9	2,6 · 10 ⁻¹²
0,4	0,344578	0,8	0,211855	3	0,00135	7	1,28 · 10 ⁻¹²
0,41	0,340903	0,81	0,20897	3,1	0,000968	7,1	6,24 · 10 ⁻¹³
0,42	0,337243	0,82	0,206108	3,2	0,000687	7,2	3,01 · 10 ⁻¹³
0,43	0,333598	0,83	0,203269	3,3	0,000483	7,3	1,44 · 10 ⁻¹³
0,44	0,329969	0,84	0,200454	3,4	0,000337	7,4	6,81 · 10 ⁻¹⁴
0,45	0,326355	0,85	0,197663	3,5	0,000233	7,5	3,19 · 10 ⁻¹⁴
0,46	0,322758	0,86	0,194895	3,6	0,000159	7,6	1,48 · 10 ⁻¹⁴
0,47	0,319178	0,87	0,19215	3,7	0,000108	7,7	6,77 · 10 ⁻¹⁵
0,48	0,315614	0,88	0,18943	3,8	7,23 · 10 ⁻⁵	7,8	3,11 · 10 ⁻¹⁵
0,49	0,312067	0,89	0,186733	3,9	4,81 · 10 ⁻⁵	7,9	0